



Tác giả: HUỖNH ÁI HẰNG (Huế)

Biên tập: Lê Bá Bảo (Huế)

CHUYÊN ĐỀ:**GIỚI HẠN****Giới hạn dãy số****Chủ đề 1:****I- LÝ THUYẾT:**

1. ĐỊNH LÝ 1: Cho hai dãy số (u_n) , (v_n) . Nếu $\begin{cases} |u_n| < v_n ; \forall n \in \mathbb{N}^* \\ \lim v_n = 0 \end{cases}$ thì $\lim u_n = 0$.

2. CÁC PHÉP TOÁN: Giả sử $\lim u_n = L \in \mathbb{R}$, $\lim v_n = M \in \mathbb{R}$ và c là một hằng số. Khi đó:

$$* \lim (u_n \pm v_n) = L \pm M$$

$$* \lim (u_n \cdot v_n) = L \cdot M$$

$$* \lim (c \cdot u_n) = c \cdot L$$

$$* \lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{L}{M} ; (M \neq 0)$$

Định lý 1: NGUYỄN LÝ WEIERSTRASS

Một dãy số tăng và bị chặn trên (hoặc giảm và bị chặn dưới) thì có giới hạn.

Định lý 2: (ĐỊNH LÝ KẸP GIỮA)

Cho 3 dãy số (u_n) , (v_n) , (w_n) với: $v_n \leq u_n \leq w_n ; \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lúc đó:

$$\begin{cases} \lim v_n = A \in \mathbb{R} \\ \lim w_n = A \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \lim u_n = A$$

***CÁC KẾT QUẢ QUAN TRỌNG:**

* $\lim c = c, (c \in \mathbb{R})$

* $\lim u_n = L \Rightarrow \begin{cases} \lim |u_n| = |L| \\ \lim \sqrt[n]{u_n} = \sqrt[n]{L} \end{cases}$

* $\begin{cases} \lim u_n = L \\ u_n \geq 0 \forall n \end{cases} \Rightarrow L \geq 0 \text{ và } \lim \sqrt{u_n} = \sqrt{L}$

* **Tổng cấp số nhân lùi vô hạn** ($|q| < 1$): $S = u_1 + u_1q + u_1q^2 + \dots = \frac{u_1}{1-q}$

* $\lim |u_n| = +\infty \Rightarrow \lim \frac{1}{u_n} = 0$

* $\lim \frac{1}{n} = 0; \lim \frac{1}{\sqrt{n}} = 0; \lim \frac{1}{\sqrt[n]{n}} = 0;$

* $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$

* $\lim \frac{1}{n^k} = 0 (k \in \mathbb{N}^*)$ **Mở rộng:** $\lim \frac{c}{n^k} = 0$

* $\lim n = +\infty; \lim \sqrt{n} = +\infty; \lim \sqrt[n]{n} = +\infty$

* $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$

* $\lim n^k = +\infty, (k \in \mathbb{N}^*)$

3. MỘT VÀNG QUY TẮC TÌM GIỚI HẠN DÃY SỐ:

$\lim u_n = \pm\infty, \lim v_n = \pm\infty$		
$\lim u_n$	$\lim v_n$	$\lim u_n \cdot v_n$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$

$\lim u_n = \pm\infty, \lim v_n = L \neq 0$		
$\lim u_n$	Dấu L	$\lim u_n \cdot v_n$
$+\infty$	$+$	$+\infty$
$+\infty$	$-$	$-\infty$
$-\infty$	$+$	$-\infty$
$-\infty$	$-$	$+\infty$

$\lim u_n = L \neq 0, \lim v_n = 0$		
Dấu L	Dấu v_n	$\lim \frac{u_n}{v_n}$
$+$	$+$	$+\infty$
$+$	$-$	$-\infty$
$-$	$+$	$-\infty$
$-$	$-$	$+\infty$

II – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM MINH HỌA:**Câu 1.** Với k là số nguyên dương thì $\lim \frac{1}{n^k}$ bằngA. $+\infty$.B. $-\infty$.

C. 0.

D. 1.

Hướng dẫn:

$$\lim \frac{1}{n^k} = 0, (k \in \mathbb{N}^*).$$

Lựa chọn đáp án C.

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k}; (k \in \mathbb{N}).$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ nếu $|q| < 1.$
 C. $\lim_{n \rightarrow \infty} c = c$ (c là hằng số). D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = \sqrt[n]{\lim_{n \rightarrow \infty} u_n}.$

Hướng dẫn:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0 \text{ nếu } |q| < 1.$$

Lựa chọn đáp án B.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $|u_n - 2| < \frac{1}{n^2}$ với mọi n . Khi đó, $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ có giá trị bằng

- A. 2. B. -2. C. 0. D. 1.

Hướng dẫn:

$$\text{Vì } |u_n - 2| < \frac{1}{n^2} \text{ và } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0 \text{ nên } \lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - 2) = 0. \text{ Vậy } \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 2.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 4. Dãy số nào sau đây có giới hạn **khác** 0?

- A. $\frac{1}{n+1}.$ B. $\frac{1}{\sqrt{n}}.$ C. $\frac{n-1}{n}.$ D. $\frac{\cos n}{\sqrt{n}}.$

Hướng dẫn:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1 \neq 0.$$

Lựa chọn đáp án C.

Câu 5. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $\left(\frac{3}{2}\right)^n.$ B. $\left(-\frac{5}{4}\right)^n.$ C. $\left(\frac{2}{3}\right)^n.$ D. $\left(-\frac{4}{3}\right)^n.$

Hướng dẫn:

$$\text{Vì } -1 < \frac{2}{3} < 1 \text{ nên } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0.$$

Lựa chọn đáp án C.

Câu 6. Dãy nào sau đây **không** có giới hạn?

- A. $\left(\frac{2}{3}\right)^n.$ B. $\left(-\frac{2}{3}\right)^n.$ C. $(-0,99)^n.$ D. $(-1)^n.$

Hướng dẫn:

Nếu n chẵn thì $(-1)^n = 1$, n lẻ thì $(-1)^n = -1$. Do đó dãy số $(-1)^n$ không có giới hạn.

Lựa chọn đáp án D.

Câu 7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n+2}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. -1. D. $-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn:

$$\left| \frac{(-1)^n}{n+2} \right| \leq \frac{1}{n}. \text{ Do } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n+2} = 0.$$

Lựa chọn đáp án B.

Câu 8. Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0?

- A. $\frac{1}{3n}$. B. $\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$. C. $\left(\frac{5}{4}\right)^n$. D. $\frac{2}{n^2}$.

Hướng dẫn:

$$\text{Vì } \frac{5}{4} > 1 \text{ nên } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{4}\right)^n = +\infty.$$

Lựa chọn đáp án C.

Câu 9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{4n}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{4n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} - 2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

Lựa chọn đáp án D.

Câu 10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 5^n}{5^n}$ có giá trị bằng

- A. 1. B. 0. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{8}{5}$.

Hướng dẫn:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 5^n}{5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^n + 1}{1} = 1.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 11. $\lim \frac{7^{n+1} - 5^n + 1}{3 \cdot 4^n - 7^n}$ có giá trị bằng

- A. -7 . B. 0 . C. -1 . D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn:

$$\lim \frac{7^{n+1} - 5^n + 1}{3 \cdot 4^n - 7^n} = \lim \frac{7 \cdot 7^n - 5^n + 1}{3 \cdot 4^n - 7^n} = \lim \frac{7 - \left(\frac{5}{7}\right)^n + \left(\frac{1}{7}\right)^n}{3 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^n - 1} = -7.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 12. $\lim \frac{\pi^n + 3^n + 2^{2n}}{3\pi^n - 3^n + 2^{2n+2}}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $+\infty$. D. -1 .

Hướng dẫn:

$$\lim \frac{\pi^n + 3^n + 2^{2n}}{3\pi^n - 3^n + 2^{2n+2}} = \lim \frac{\pi^n + 3^n + 4^n}{3\pi^n - 3^n + 4 \cdot 4^n} = \lim \frac{\left(\frac{\pi}{4}\right)^n + \left(\frac{3}{4}\right)^n + 1}{3\left(\frac{\pi}{4}\right)^n - \left(\frac{3}{4}\right)^n + 4} = \frac{1}{4}.$$

Lựa chọn đáp án B.

Câu 13. $\lim \frac{-2n^3 + n - 5}{n^4 - 2n + 2}$ có giá trị bằng

- A. $-\infty$. B. -2 . C. 0 . D. -6 .

Hướng dẫn:

$$\lim \frac{-2n^3 + n - 5}{n^4 - 2n + 2} = \lim \frac{\frac{-2}{n} + \frac{1}{n^3} - \frac{5}{n^4}}{1 - \frac{2}{n^3} + \frac{2}{n^4}} = 0.$$

Lựa chọn đáp án C.

Câu 14. Gọi $L = \lim \sqrt{4 - \frac{\sin 3n}{n}}$ thì L bằng số nào sau đây?

- A. 0 . B. $\sqrt{2}$. C. 2 . D. 4 .

Hướng dẫn:

Ta có $\left| \frac{\sin 3n}{n} \right| \leq \frac{1}{n} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 3n}{n} = 0 \Rightarrow L = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{4 - \frac{\sin 3n}{n}} = \sqrt{4} = 2.$

Lựa chọn đáp án C.

Câu 15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - n + 1}{3n^4 + 2n}$ có giá trị bằng

- A. 0. B. $\frac{2}{3}$. C. $+\infty$. D. $\frac{2}{5}$.

Hướng dẫn:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - n + 1}{3n^4 + 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{n^3} + \frac{1}{n^4}}{3 + \frac{2}{n^3}} = \frac{2}{3}.$$

Lựa chọn đáp án B.

Câu 16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - n^2 + 4}{n^2 + 2n - 3}$ có giá trị bằng

- A. 2. B. 0. C. $+\infty$. D. -2.

Hướng dẫn:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - n^2 + 4}{n^2 + 2n - 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(2 - \frac{1}{n} + \frac{4}{n^3} \right)}{n^2 \left(1 + \frac{2}{n} - \frac{3}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{2 - \frac{1}{n} + \frac{4}{n^3}}{1 + \frac{2}{n} - \frac{3}{n^2}} \right) = +\infty.$$

Lựa chọn đáp án C.

Câu 17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)(n^2+3)}{(n^2-1)(2n-5)}$ có giá trị bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $+\infty$.

Hướng dẫn:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)(n^2+3)}{(n^2-1)(2n-5)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(1 + \frac{2}{n} \right) n^2 \left(1 + \frac{3}{n} \right)}{n^2 \left(1 - \frac{1}{n} \right) n \left(2 - \frac{5}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{2}{n} \right) \left(1 + \frac{3}{n} \right)}{\left(1 - \frac{1}{n} \right) \left(2 - \frac{5}{n} \right)} = \frac{1}{2}.$$

Lựa chọn đáp án B.

Câu 18. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $S = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^n} + \dots$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{5}{4}$.

Hướng dẫn:

$S = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^n} + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = \frac{1}{5}$ và $q = \frac{1}{5}$.

$$\text{Khi đó, } S = \frac{\frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{1}{4}.$$

Lựa chọn đáp án B.

Câu 19. Cho các dãy số $(u_n), (v_n), (w_n), (\alpha_n)$ với $u_n = \frac{3n+1}{1+n^2}, v_n = \frac{2^n}{1+2^{2n}}, w_n = \frac{2017}{4^n},$
 $\alpha_n = \frac{4^n + 1}{2017 + 2^n}$. Có bao nhiêu dãy số có giới hạn bằng 0 trong các dãy số trên?
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn:

Có 3 dãy có giới hạn bằng 0 gồm $(u_n), (v_n), (w_n)$.

Lựa chọn đáp án C.

Câu 20. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{2+n} = a$. Hỏi a là nghiệm của phương trình nào sau đây?
 A. $x^2 - 4 = 0$. B. $x^2 - 5x + 4 = 0$. C. $x^2 + 5x + 4 = 0$. D. $\frac{x-4}{\sqrt{x^2-5x+4}} = 0$.

Hướng dẫn:

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-1}{2+n} = a \Rightarrow a = 4$. Lần lượt thế $a = 4$ vào các phương trình ở các phương án.

Lựa chọn đáp án B.

Câu 21. $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^3 - n^2 + 1)$ có giá trị bằng
 A. -2 . B. -1 . C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Hướng dẫn:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^3 - n^2 + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(3 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^3} \right) = +\infty.$$

Lựa chọn đáp án C.

Câu 22. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 + 2})$ có giá trị bằng
 A. 0. B. 1. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn:

$$\begin{aligned}\lim(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+2}) &= \lim \frac{(n^2+n)-(n^2+2)}{\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2+2}} = \lim \frac{n-2}{\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2+2}} \\ &= \lim \frac{1-\frac{2}{n}}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\frac{2}{n^2}}} = \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Lựa chọn đáp án D.

Câu 23. $\lim(\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2+2})$ có giá trị bằng

- A. $1-\sqrt{2}$. B. $-\infty$. C. -1 . D. $+\infty$.

Hướng dẫn:

$$\lim(\sqrt{n^2+n}+\sqrt{n^2+2}) = \lim \left[n \left(\sqrt{1+\frac{1}{n}} + \sqrt{1+\frac{2}{n^2}} \right) \right] = +\infty.$$

Lựa chọn đáp án D.

Câu 24. $\lim \frac{\sqrt{n^2+2n}-n}{\sqrt{4n^2+n}-2n}$ có giá trị bằng

- A. 4. B. 2. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn:

$$\begin{aligned}\lim \frac{\sqrt{n^2+2n}-n}{\sqrt{4n^2+n}-2n} &= \lim \frac{(n^2+2n-n^2)(\sqrt{4n^2+n}+2n)}{(4n^2+n-4n^2)(\sqrt{n^2+2n}+n)} \\ &= \lim \frac{2n \left(\sqrt{4+\frac{1}{n}}+2 \right)}{n \left(\sqrt{1+\frac{2}{n}}+1 \right)} = \lim \frac{2 \left(\sqrt{4+\frac{1}{n}}+2 \right)}{\left(\sqrt{1+\frac{2}{n}}+1 \right)} = 4.\end{aligned}$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 25. $\lim(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n})$ có giá trị bằng

- A. 0. B. 1. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Hướng dẫn:

$$\lim(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n}) = \lim \frac{n+1-n}{(\sqrt[3]{n+1})^2 + \sqrt[3]{(n+1)n} + (\sqrt[3]{n})^2} = \lim \frac{1}{(\sqrt[3]{n+1})^2 + \sqrt[3]{(n+1)n} + (\sqrt[3]{n})^2} = 0$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 26. $\lim \frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{3n^2+2}$ có giá trị bằng

- A. 0. B. 1. C. $\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.

Hướng dẫn:

$1+3+5+\dots+(2n-1)$ là tổng n số hạng đầu của cấp số cộng có $u_1=1$, $u_n=2n-1$ và công sai $d=2$.

$$\text{Do đó } 1+3+5+\dots+(2n-1) = \frac{n}{2}[1+(2n-1)] = n^2.$$

$$\text{Suy ra } \lim \frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{3n^2+2} = \lim \frac{n^2}{3n^2+2} = \lim \frac{1}{3+\frac{2}{n^2}} = \frac{1}{3}.$$

Lựa chọn đáp án C.

Câu 27. $\lim \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$ có giá trị bằng

- A. 0. B. 2. C. -1. D. 1.

Hướng dẫn:

$$\text{Ta có: } \frac{1}{k(k+1)} = \frac{(k+1)-k}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}.$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

$$\text{Suy ra } \lim \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right) = \lim \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1.$$

Lựa chọn đáp án D.

Câu 28. Cho dãy (u_n) : $\begin{cases} u_1=1 \\ u_{n+1}=\frac{u_n}{u_n+1} \end{cases}$. Lúc đó, $\lim u_n$ bằng

- A. 0. B. 2. C. -1. D. 1.

Hướng dẫn:

Dùng phương pháp quy nạp toán học, ta chứng minh được $u_n = \frac{1}{n} \Rightarrow \lim u_n = 0$.

Lựa chọn đáp án A.

III – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỰ LUYỆN:**Câu 1.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A. Nếu $\lim u_n = 0$ thì $\lim |u_n| = 0$.
 B. Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim u_n = -\infty$.
 C. Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim u_n = +\infty$.
 D. Nếu $\lim u_n = -a$ thì $\lim |u_n| = a$.

Câu 2. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Một dãy số có giới hạn thì luôn luôn tăng hoặc luôn luôn giảm.
 B. Nếu (u_n) là dãy số tăng thì $\lim u_n = \infty$.
 C. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim (u_n - v_n) = 0$.
 D. Nếu $u_n = a^n$ và $-1 < a < 0$ thì $\lim u_n = 0$.

Câu 3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\lim \sqrt[3]{f(x) + g(x)} = \sqrt[3]{\lim [f(x) + g(x)]}$.
 B. $\lim \sqrt[3]{f(x) + g(x)} = \sqrt[3]{\lim f(x)} + \sqrt[3]{\lim g(x)}$.
 C. $\lim \sqrt[3]{f(x) + g(x)} = \lim \sqrt[3]{f(x)} + \lim \sqrt[3]{g(x)}$.
 D. $\lim \sqrt[3]{f(x) + g(x)} = \lim [\sqrt[3]{f(x)} + \sqrt[3]{g(x)}]$.

Câu 4. Với a là một số thực, trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.
 B. Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = -\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.
 C. Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim (u_n v_n) = +\infty$.
 D. Nếu $\lim u_n = a > 0$ và $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Mọi dãy dương đều có giới hạn.
 B. Mọi dãy tăng đều có giới hạn.
 C. Mọi dãy giảm đều có giới hạn.
 D. Mọi dãy là dãy không đổi đều có giới hạn.

Câu 6. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Mọi dãy bị chặn đều có giới hạn.
 B. Mọi dãy tăng và bị chặn trên đều có giới hạn.
 C. Mọi dãy giảm và bị chặn trên có giới hạn.
 D. Mọi dãy tăng và bị chặn dưới đều có giới hạn.

Câu 7. Cho (u_n) là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội q . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $|q| > 1$.

B. $u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1}{1-q}.$

C. $u_1 + u_1q + u_2q^2 + \dots + u_1q^n + \dots = \frac{u_1}{1-q}.$

D. $\lim S_n = \frac{u_1}{1+q}.$

Câu 8. Để tính $\lim \frac{2 \cdot 4^n - 5^n + 3^n}{2^n - 5^{n+1}}$ ta tiến hành

A. Chia cả tử và mẫu cho 2^n .

B. Chia cả tử và mẫu cho 3^n .

C. Chia cả tử và mẫu cho 4^n .

D. Chia cả tử và mẫu cho 5^n .

Câu 9. $\lim \frac{(\sqrt{5})^n - 2^{n+1} + 1}{5 \cdot 2^n + (\sqrt{5})^{n+1} - 3}$ có giá trị bằng

A. $-\frac{1}{3}.$

B. $\frac{1}{\sqrt{5}}.$

C. $-\frac{2}{5}.$

D. $-\frac{1}{5}.$

Câu 10. $\lim \frac{2n^2 - 3n^3}{2n^3 + 4n^2 - 1}$ có giá trị bằng

A. $-\frac{3}{2}.$

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}.$

Câu 11. $\lim \frac{(n+2)(n+3)}{n-1}$ có giá trị bằng

A. 0.

B. $\frac{1}{3}.$

C. 1.

D. $+\infty.$

Câu 12. $\lim \frac{(n^2 + 2n)(2n^3 + 1)(4n + 5)}{(n^4 - 3n - 1)(3n^2 - 7)}$ có giá trị bằng

A. 0.

B. $\frac{8}{3}.$

C. 1.

D. $+\infty.$

Câu 13. $\lim \frac{(2n - n^3)(3n^2 + 1)}{(2n - 1)(n^4 - 7)}$ có giá trị bằng

A. 1.

B. 3.

C. $-\frac{3}{2}.$

D. $+\infty.$

Câu 14. $\lim \frac{n^3 - 3n + 1}{(n-1)(1-2n)^2}$ có giá trị bằng

A. 0.

B. 1.

C. $-\frac{1}{2}.$

D. $\frac{1}{4}.$

- Câu 15.** Tổng $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ bằng
 A. 1. B. 2. C. 4. D. 6.
- Câu 16.** Tổng $S = \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{2^n} + \dots$ bằng
 A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{2}{3}$.
- Câu 17.** Với k là số nguyên dương thì $\lim n^k$ bằng
 A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. n .
- Câu 18.** $\lim(-2n^3 - 2n^2 + 3)$ có giá trị bằng
 A. -2. B. -1. C. $+\infty$. D. $-\infty$.
- Câu 19.** $\lim(3n^4 + 4n^2 - n + 1)$ có giá trị bằng
 A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 3. D. 7.
- Câu 20.** $\lim(\sqrt{n^2 + 4} - \sqrt{n^2 + 1})$ có giá trị bằng
 A. 3. B. 1. C. 0. D. $+\infty$.
- Câu 21.** $\lim(\sqrt{n^2 + 2n - 1} - \sqrt{2n^2 + n})$ có giá trị bằng
 A. $1 - \sqrt{2}$. B. $+\infty$. C. -1. D. $-\infty$.
- Câu 22.** $\lim(\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)$ có giá trị bằng
 A. -1. B. 0. C. $+\infty$. D. 1.
- Câu 23.** $\lim \frac{\sqrt{9n^2 - n} - \sqrt{n + 2}}{3n - 2}$ có giá trị bằng
 A. 1. B. 3. C. 0. D. $+\infty$.
- Câu 24.** $\lim\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^n}\right)$ có giá trị bằng
 A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{24}$. C. $-\infty$. D. 1.
- Câu 25.** $\lim(\sqrt{2n^2 - n + 1} - \sqrt{2n^2 - 3n + 2})$ có giá trị bằng
 A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. 0. C. $+\infty$. D. $-\infty$.
- Câu 26.** $\lim\left(\frac{1}{\sqrt{n+1}} - \frac{1}{\sqrt{n+2}}\right)$ có giá trị bằng
 A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 27. $\lim \frac{n^{2017} - n^{2016}}{3n^{2017} - n^{2015}}$ có giá trị bằng

- A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.

Câu 28. $\lim \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} \right)$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. -1. C. $\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.

Câu 29. $\lim \left[\sqrt{n} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-3}) \right]$ có giá trị bằng

- A. 1. B. 0. C. $\frac{5}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 30. Nếu $\lim u_n = L$ thì $\lim \sqrt[3]{u_n + 8}$ có giá trị bằng

- A. $L+2$. B. $\sqrt[3]{L+8}$. C. $\sqrt[3]{L}+2$. D. $L+8$.

Câu 31. Nếu dãy (u_n) với $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}$ và $\lim u_n = L$ thì $\lim \frac{1}{\sqrt{u_n} + 9}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{L}+3}$. B. $\frac{1}{\sqrt{L}+9}$. C. $\frac{1}{\sqrt{L}+3}$. D. $\frac{1}{\sqrt{L}+9}$.

Câu 32. Cho dãy số (u_n) với $\lim u_n = 3$. Khi đó, $\lim \frac{2u_n + 4}{u_n - 1}$ có giá trị bằng

- A. -4. B. 2. C. 5. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 33. Cho dãy số (u_n) với $\lim u_n = +\infty$. Khi đó, $\lim \frac{u_n + 2}{u_n^2 - 1}$ có giá trị bằng

- A. 1. B. $+\infty$. C. 0. D. -2.

Câu 34. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + \dots + (\sqrt{2})^n$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $\lim u_n = \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + \dots + (\sqrt{2})^n + \dots = \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$.

B. $\lim u_n = -\infty$.

C. $\lim u_n = +\infty$.

D. Dãy số (u_n) không có giới hạn khi $n \rightarrow +\infty$.

Câu 35. $\lim \frac{\sqrt[3]{n} + 1}{\sqrt[3]{n} + 8}$ có giá trị bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $+\infty$.

- Câu 36.** $\lim \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 2n^2 - 1}}{\sqrt{2n^2 + 1}}$ có giá trị bằng
 A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. 1. D. $+\infty$.
- Câu 37.** $\lim \left(\frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \frac{1}{7.10} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} \right)$ có giá trị bằng
 A. $\frac{1}{2}$. B. -1. C. $\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.
- Câu 38.** $\lim \frac{1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1)}{2016n^3 + 2017}$ có giá trị bằng
 A. $\frac{1}{2017}$. B. $\frac{1}{2016}$. C. $-\infty$. D. $+\infty$.
- Câu 39.** $\lim \left(\frac{\sqrt{3n} + (-1)^n \cos 3n}{\sqrt{n} - 1} \right)$ có giá trị bằng
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. -1.
- Câu 40.** $\lim \left[3^n - \sqrt{5}^n \right]$ có giá trị bằng
 A. 3. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. $-\sqrt{5}$.
- Câu 41.** $\lim \frac{n + \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{n^2 - n} - 2}$ có giá trị bằng
 A. 1. B. 2. C. 0. D. -1.
- Câu 42.** $\lim \left(\sqrt[3]{n^3 - 2n} - n \right)$ có giá trị bằng
 A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. 0.
- Câu 43.** $\lim \left(\sqrt[3]{n^2 - n^3} + n \right)$ có giá trị bằng
 A. $\frac{1}{3}$. B. $+\infty$. C. 1. D. 0.
- Câu 44.** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?
 A. $u_n = \frac{n^2 + 1}{n + 3n^2}$. B. $u_n = \frac{1 - 3n}{n + 3n^2}$.
 C. $u_n = \frac{1 + 2n^2}{n + 5}$. D. $u_n = \frac{1 - 2n}{n + 5}$.
- Câu 45.** $\lim \frac{2 + 5 + 8 + \dots + (3n - 1)}{n^2}$ có giá trị bằng
 A. $\frac{1}{3}$. B. 0. C. $-\infty$. D. 3.

Câu 46. Dãy số nào sau đây có giới hạn là $+\infty$?

A. $u_n = \frac{n^2 + 2n}{3n + 3n^2}$. B. $u_n = \frac{1 + 2n}{3n + 3}$.
 C. $u_n = \frac{2 + n^2}{3n + 3}$. D. $u_n = \frac{n^2 + 2}{n + 5n^3}$.

Câu 47. Dãy số nào sau đây có giới hạn là $+\infty$?

A. $u_n = \frac{n^2 + 3n}{2n + n^2}$. B. $u_n = \frac{2018 + 2017n}{n + 1}$.
 C. $u_n = 2017n - 2016n^2$. D. $u_n = n^2 + 1$.

Câu 48. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng -1 ?

A. $\lim \frac{3n^2 - 1}{-3n^3 + 2}$. B. $\lim \frac{2n^3 - 3}{-2n^3 + 1}$.
 C. $\lim \frac{3n^2 - 1}{-3n^3 + 3n^2}$. D. $\lim \frac{n^3 - 3}{-n^2 - 1}$.

Câu 49. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0 ?

A. $\lim \frac{5n^2 + 2}{-5n^3 - 4}$. B. $\lim \frac{2n - 5n^3}{-2n^2 + 1}$.
 C. $\lim \frac{2n^2 - n^4}{-n^3 + 2n^2}$. D. $\lim \frac{3 + 5n^3}{n^2 - 1}$.

Câu 50. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 1 ?

A. $\lim \frac{n^2 + 2}{-n^3 - 4}$. B. $\lim \frac{2n - n^3}{2n^2 - 1}$.
 C. $\lim \frac{3n^2 - 2n^3}{-2n^3 + 4n^2}$. D. $\lim \frac{3 + 2n^4}{2n^2 + 1}$.

Câu 51. Dãy số nào sau đây **không** có giới hạn?

A. $\lim \left[(-1)^n \sin \left(\frac{\pi}{2} + n\pi \right) \right]$. B. $\lim \sin(n\pi)$.
 C. $\lim \cos \left(\frac{\pi}{2} + n\pi \right)$. D. $\lim \cos(n\pi)$.

Câu 52. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 1 ?

A. $\lim \sin(n\pi)$. B. $\lim \cos(n\pi)$.
 C. $\lim \sin \left(\frac{n+2}{2n-1} \pi \right)$. D. $\lim \frac{n \cos n - 2}{n^2}$.

Câu 53. Biết $\lim \frac{4n+1}{1-2n} = M$ và $\lim \frac{4^n + 3^n}{2 - 4^{n+1}} = m$. Tích $M.m$ bằng

A. 2 . B. -2 . C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 54. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017}{n^{2017}} = 0$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2017}{n^{2017}} = 0$. Khi đó, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017 \sin(2017n)}{n^{2017}}$ bằng

A. 2017. B. 2017. C. 1. D. 0.

Câu 55. Để tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2}$, một học sinh làm như sau:

Bước 1: Ta có $\frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2}$.

Bước 2: Suy ra $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$

Bước 3: Suy ra $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n^2} + \dots + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2}$

Bước 4: Suy ra $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} = 0+0+0+\dots+0=0$.

Bạn học sinh đã giải đúng hay sai? Nếu **sai** thì **sai** thì bước nào?

A. Bước 1. B. Bước 2. C. Bước 3. D. Bài giải đúng.

Câu 56. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n+1)}{5n^2-4}$ có giá trị bằng

A. 0. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $+\infty$.

Câu 57. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{2-n^2}$ có giá trị bằng

A. -1. B. $+\infty$. C. 1. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 58. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{1.2} + \frac{2}{2.3} + \dots + \frac{2}{n(n+1)} \right)$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 0. D. $-\infty$.

Câu 59. Cho dãy $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n} \end{cases} (n \in \mathbb{N}^*)$. Lúc đó, $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ bằng

A. 0. B. 2. C. -1. D. 1.

Câu 60. Cho dãy $(u_n): \begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases} (n \in \mathbb{N}^*)$. Lúc đó, $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ bằng

A. $+\infty$. B. 2. C. $-\infty$. D. 1.

Câu 61. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2+2^2+3^2+\dots+n^2}{4n^3+2017}$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{24}$. C. $-\infty$. D. 3.

Câu 62. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Một dãy số có giới hạn thì luôn tăng hoặc luôn giảm.
 B. Nếu $u_n = a^n$ và $a < 1$ thì $\lim u_n = 0$.
 C. Nếu $\lim u_n = 0$ và $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim(u_n \cdot v_n) = 0$.
 D. Nếu $\lim u_n = -\infty$ thì $\lim \frac{2017}{u_n} = 0$.

Câu 63. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Một dãy số tăng và bị chặn trên thì có giới hạn.
 B. Một dãy số giảm và bị chặn dưới thì có giới hạn.
 C. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 1$.
 D. Nếu $u_n = a^n$ và $-\frac{2}{\pi} < a < 1$ thì $\lim a^n = 0$.

Câu 64. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = b$ thì $\lim(u_n + v_n) = a + b$.
 B. Nếu $\lim u_n = -\infty$ và $\lim v_n = -\infty$ thì $\lim(u_n - v_n) = 0$.
 C. Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n và $\lim v_n = a$ thì $a \geq 0$.
 D. Nếu $\lim u_n = -2$ và $\lim v_n = 2018$ thì $\lim \frac{v_n}{u_n} = -1009$.

Câu 65. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = b$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$.
 B. Nếu $\lim u_n = a$ thì $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.
 C. Nếu $\lim u_n = 5$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.
 D. Nếu $u_n = a^n$ và $a > \sqrt{2}$ thì $\lim u^n = +\infty$.

Câu 66. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2+4+6+\dots+2n}{n^3+3n+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\lim u_n = 0$. B. $\lim u_n = 2$. C. $\lim u_n = 3$. D. $\lim u_n = +\infty$.

Câu 67. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1+2+2^2+\dots+2^n}{2^{n+1}+3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\lim u_n = \frac{1}{2}$. B. $\lim u_n = 1$. C. $\lim u_n = -\infty$. D. $\lim u_n = +\infty$.

Câu 68. Cho dãy số (u_n) với $|u_n - 2016| < \frac{5}{n^7}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\lim u_n = 0$. B. $\lim u_n = 5$. C. $\lim u_n = 7$. D. $\lim u_n = 2016$.

Câu 69. Cho $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S = 0$. B. $S = 1$. C. $\lim u_n = \frac{1}{2}$. D. $\lim u_n = +\infty$.

Câu 70. Cho $S = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n + \dots$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $S = +\infty$.
 B. $S = \lim(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n)$.
 C. S là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn.
 D. S là tổng vô hạn các phần tử của một cấp số nhân.

Câu 71. Cho dãy số (u_n) có $\lim u_n = -\infty$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n} = \frac{1}{2}$. B. $\lim \frac{(u_n + 1)^2}{2u_n^2 + 1} = \frac{1}{2}$.
 C. $\lim (-3u_n + 6) = +\infty$. D. $\lim \frac{-u_n^2 + 1}{2u_n + 3} = -\frac{1}{2}$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỰ LUYỆN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	A	D	A	C	D	B	C	D	B	A
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	D	B	C	D	B	B	A	D	B	C
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	D	A	A	A	A	B	C	A	C	B
Câu	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Đáp án	D	C	C	C	A	A	C	B	B	C
Câu	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Đáp án	B	A	D	B	D	C	D	B	A	C
Câu	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Đáp án	D	C	C	D	C	C	D	B	D	A
Câu	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
Đáp án	B	D	C	B	D	A	B	D	A	C
Câu	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
Đáp án	D									

Trong tài liệu này, tác giả có sử dụng phần lý thuyết và một số câu hỏi của **Thầy Lê Bá Bảo (CLB Giáo viên trẻ TP Huế)**, **Thầy Đặng Ngọc Hiền (TP Bà Rịa_Vũng Tàu)** và sách **trắc nghiệm 2007, tài nguyên Page Toán học Bắc Trung Nam**. Dù biên soạn rất kỹ, song chắc chắn không tránh khỏi sai sót. Mong bạn đọc phản hồi để cùng tác giả hoàn thiện nội dung trên. Xin cảm ơn! Xin tặng các Thầy Cô và các em học sinh chuyên đề này!

Tác giả: HUỖNH ÁI HẰNG

Địa chỉ: Tân Đà_Hương Sơ, TP Huế

SĐT: 0935.905.892

Facebook: Ái Hằng Huỳnh

Page: CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ